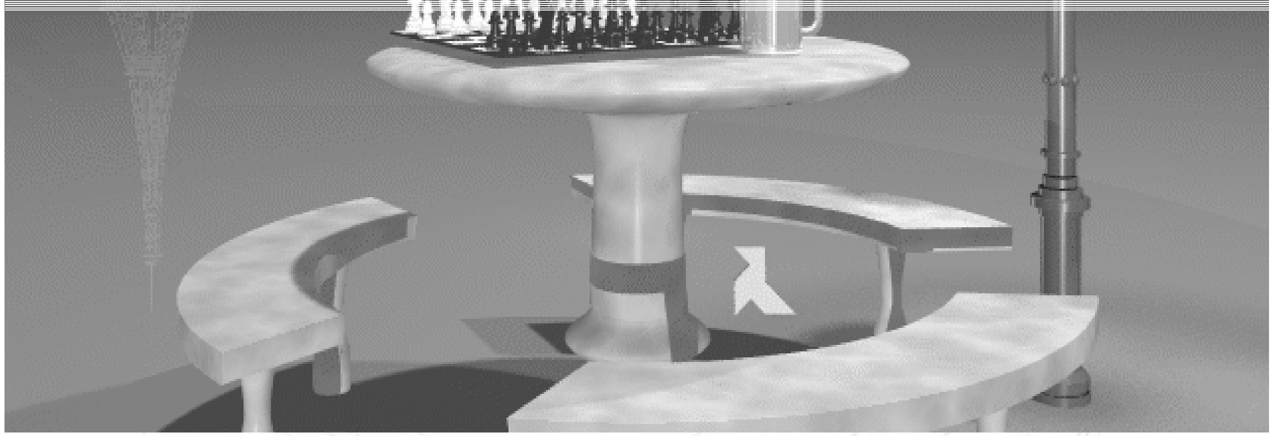
Valeur C et DEA

Conception d'applications multimédia

Synthèse d'images

Opérations de composition de scènes



Alexandre Topol

Département d'informatique
Conservatoire National des Arts et Métiers

2001-2002

5. Opérations de composition de scènes

5.1. Transformations géométriques

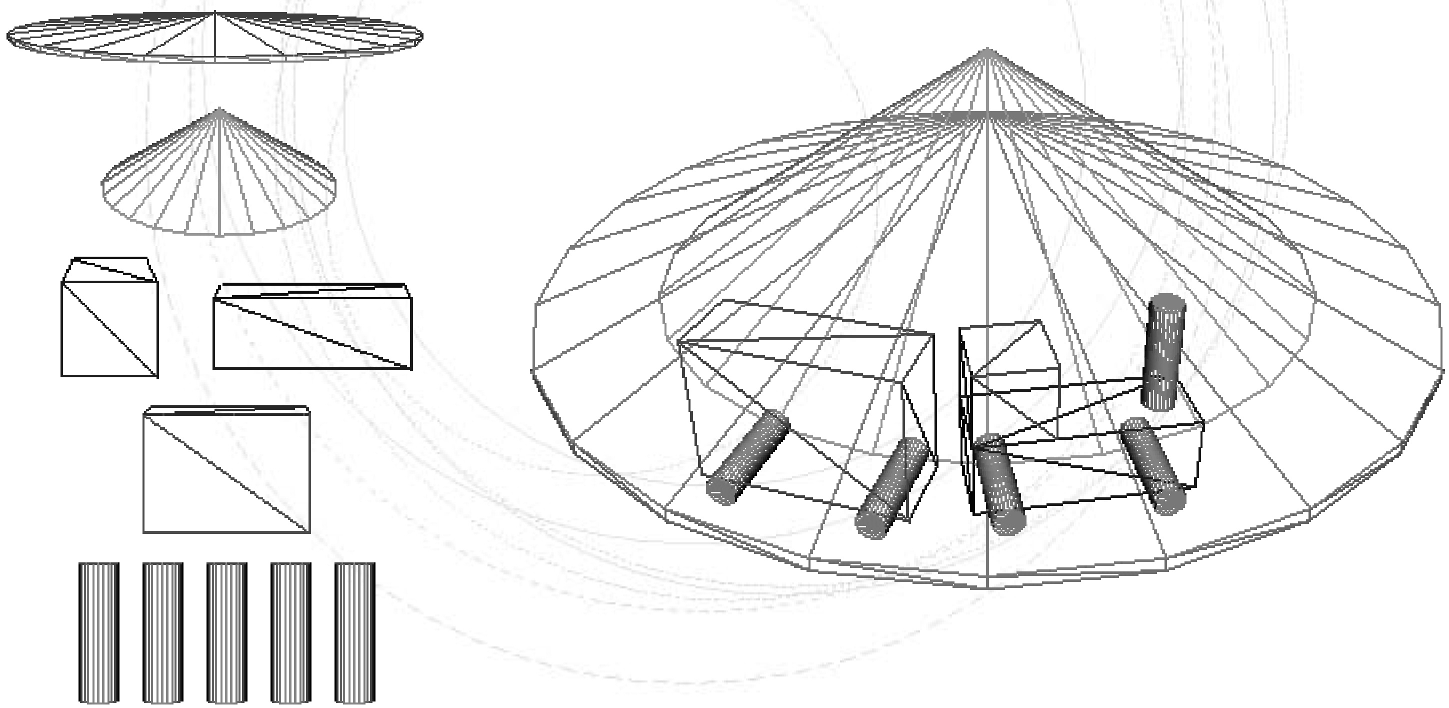
5.2. Déformations d'objets

5.3. Opérateurs booléens

5.4. Hiérarchies d'objets

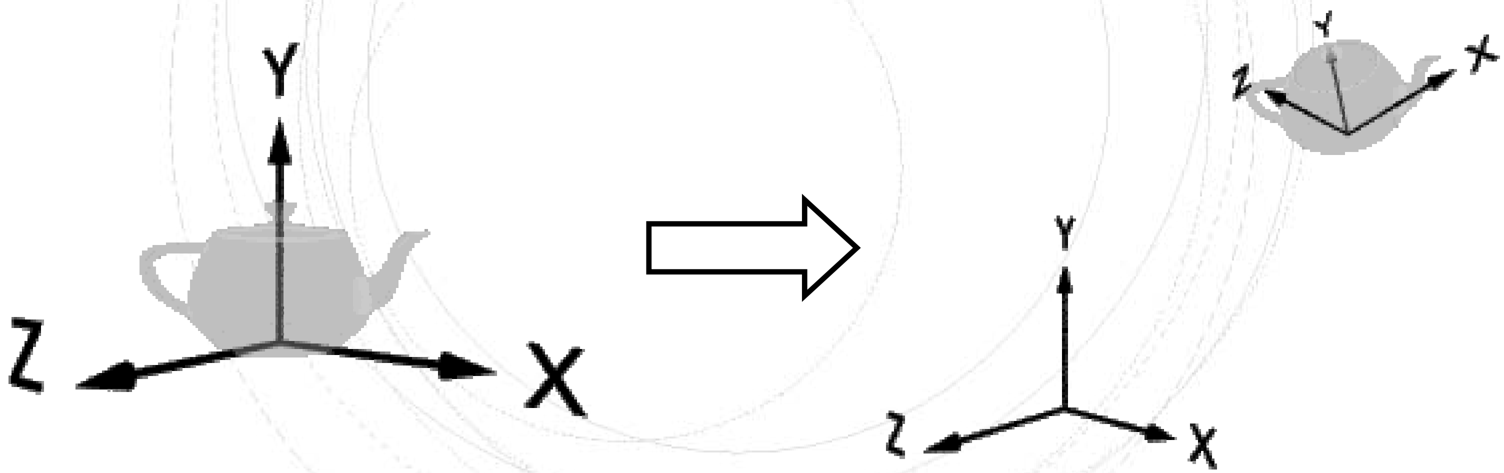
5.1. Transformations géométriques

- Pour construire de nouveaux objets à partir de volumes élémentaires



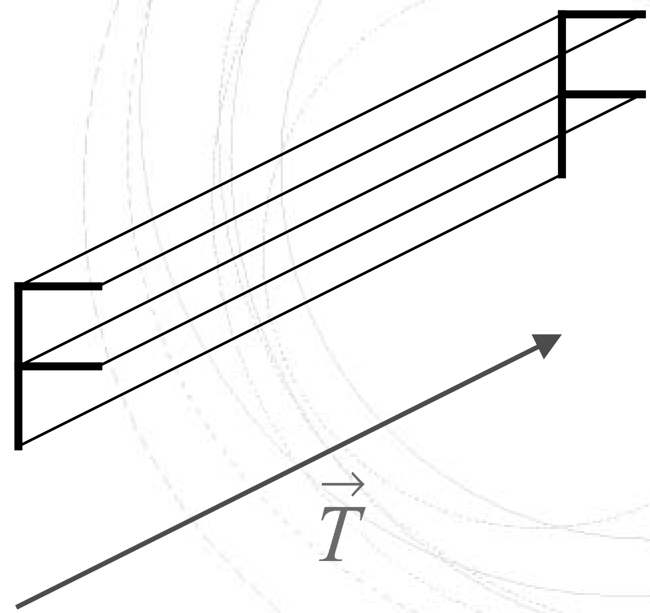
5.1. Transformations géométriques

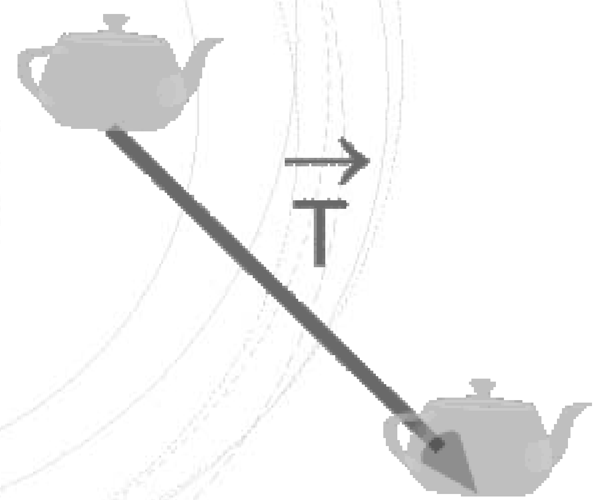
- Pour changer le système des coordonnées utilisées pour décrire un objet



5.1. Transformations géométriques
Différents types

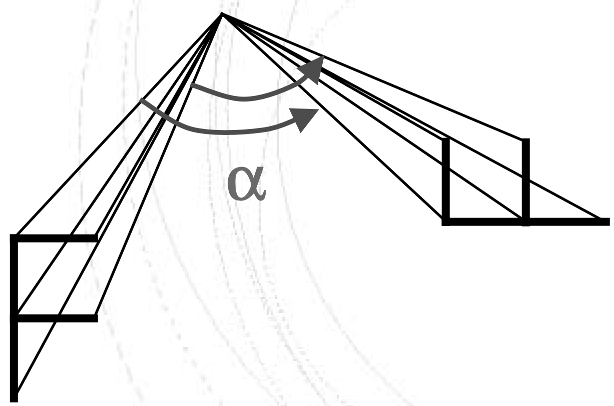
- Translation

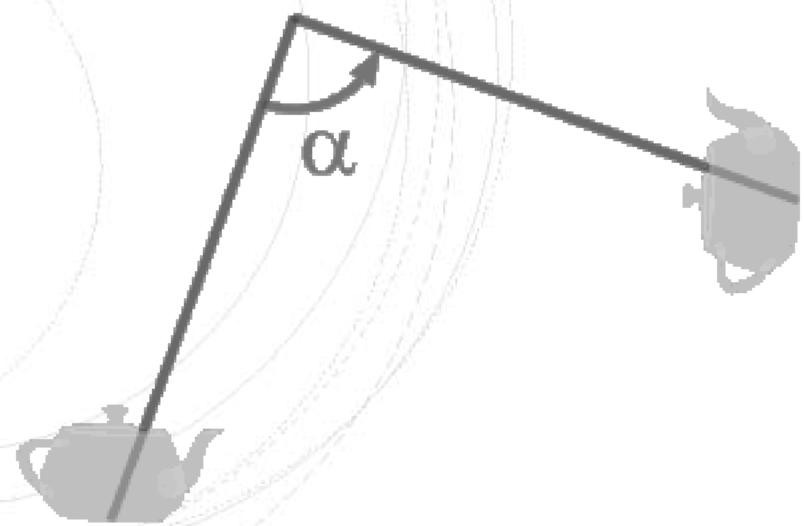




5.1. Transformations géométriques
Différents types

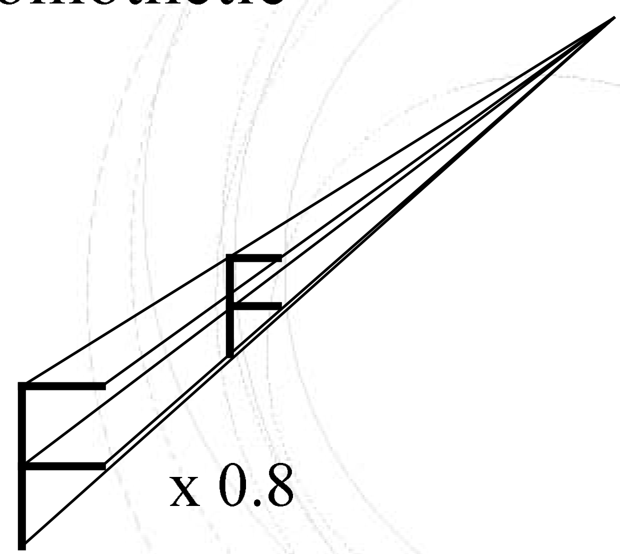
- Rotation

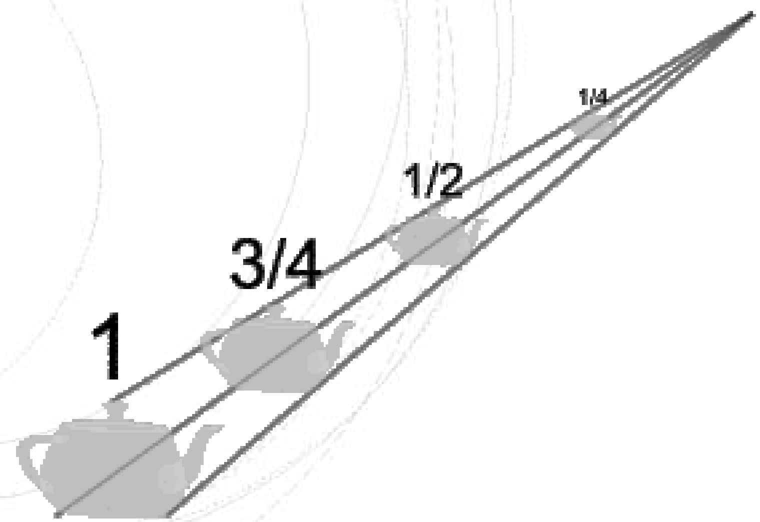




5.1. Transformations géométriques
Différents types

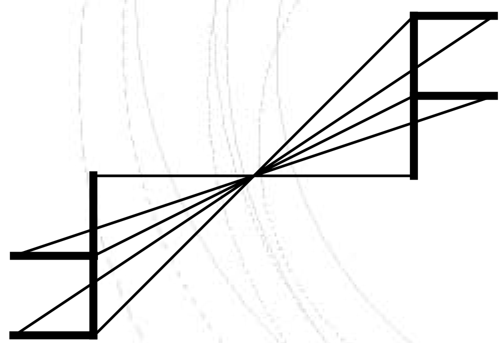
- Homothétie

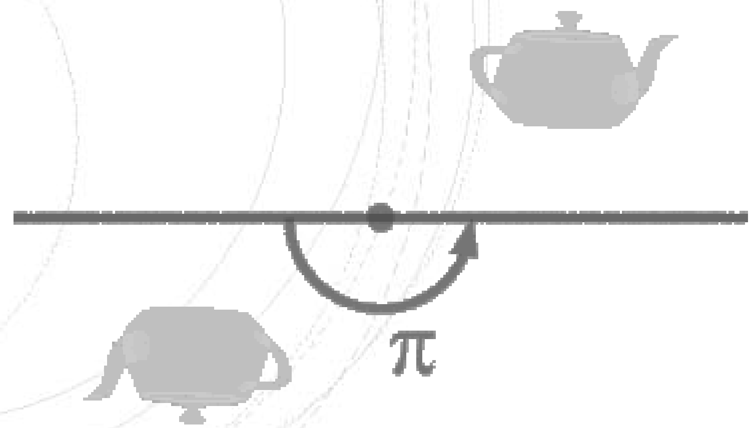




5.1. Transformations géométriques
Différents types

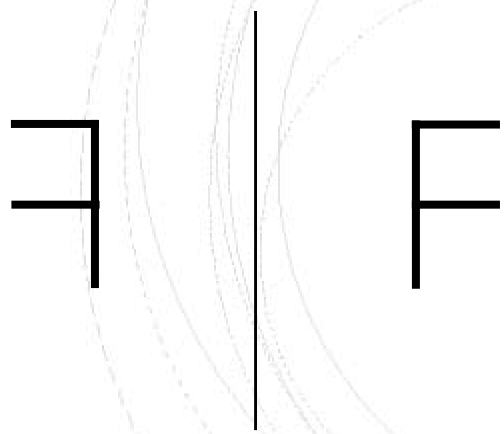
- Symétrie centrale

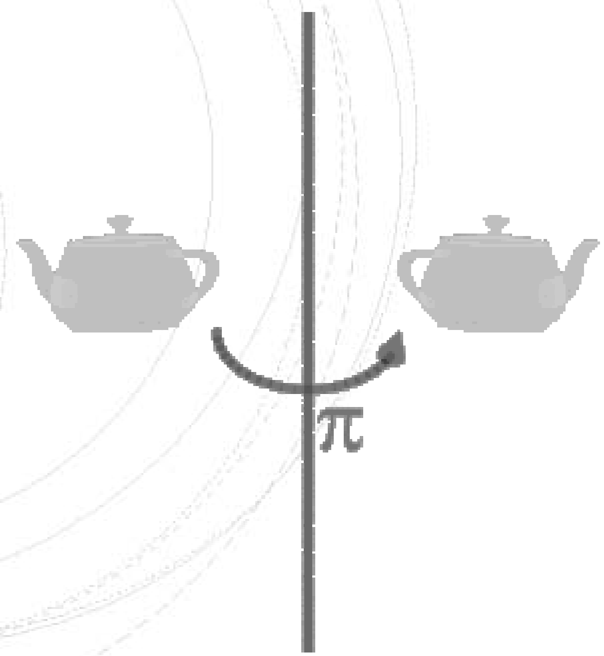




5.1. Transformations géométriques
Différents types

- Symétrie orthogonale





5.1. Transformations géométriques Opérations matricielles 2D

- Matrices homogènes
  - Toutes les opérations précédentes se ramènent à la multiplication d'une matrice par le vecteur des coordonnées de départ, SAUF pour la translation (addition de 2 vecteurs)
  - On va représenter un point P(x,y) par une famille de vecteurs de 3 éléments (x,y,W). W est le facteur d'échelle.

    Ainsi (x,y,W) et (x/W, y/W, 1) représentent le même point.
  - Si W=0, on dira que le point est à l'infini…

5.1. Transformations géométriques Opérations matricielles 2D

- Rappel multiplication de matrices

$$c_{ij} = \sum_{k=1}^{3} a_{ik} b_{kj} \quad \forall\, i\ \forall\, j$$

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23}+a_{13}b_{33} \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23}+a_{23}b_{33} \\ a_{31}b_{11}+a_{32}b_{21}+a_{13}b_{31} & a_{31}b_{12}+a_{32}b_{22}+a_{13}b_{32} & a_{31}b_{13}+a_{32}b_{23}+a_{33}b_{33} \end{pmatrix}$$

5.1. Transformations géométriques
Opérations matricielles 2D

- Translation

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & d_x \\ 0 & 1 & d_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x\times 1 + y\times 0 + 1\times d_x \\ x\times 0 + y\times 1 + 1\times d_y \\ x\times 0 + y\times 0 + 1\times 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + d_x \\ y + d_y \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Exemple :

On veut translater un objet de 3 unités selon x et –5 selon y.

Initialement l'objet se trouve en (4,2)

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4\times 1 + 2\times 0 + 1\times 3 \\ 4\times 0 + 2\times 1 + 1\times -5 \\ 4\times 0 + 2\times 0 + 1\times 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

5.1. Transformations géométriques Opérations matricielles 2D

- Rotation par rapport à l'origine

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Exemple :

On veut orienter un objet d'un angle de π/2.

Initialement l'objet se trouve en (4,2)

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\pi/2 & -\sin\pi/2 & 0 \\ \sin\pi/2 & \cos\pi/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4\times0-2\times1+1\times0 \\ 4\times1+2\times0+1\times0 \\ 4\times0+2\times0+1\times1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

5.1. Transformations géométriques
Opérations matricielles 2D

- Homothétie

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \times s_x \\ y \times s_y \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Exemple :

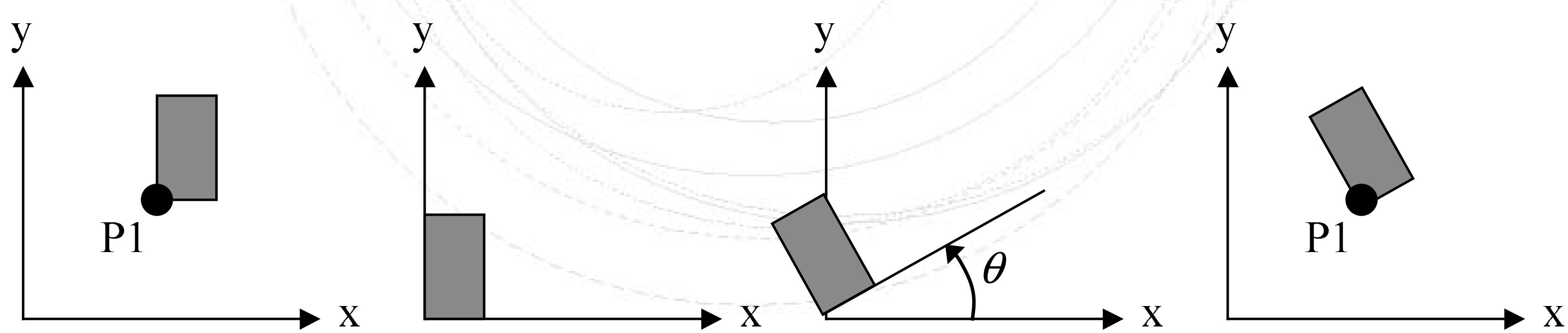
On veut changer l'échelle d'un objet par 3x et 5y.

Initialement l'objet se trouve en (4,2)

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 10 \\ 1 \end{pmatrix}$$

5.1. Transformations géométriques
Composition de transformations 2D

- On veut faire une rotation d'un objet autour du point P1 $\neq$ O
- Suite d'opérations à réaliser :
  - Translation de l'objet à l'origine
  - Rotation
  - Translation de l'objet à sa position de départ



5.1. Transformations géométriques
Composition de transformations 2D

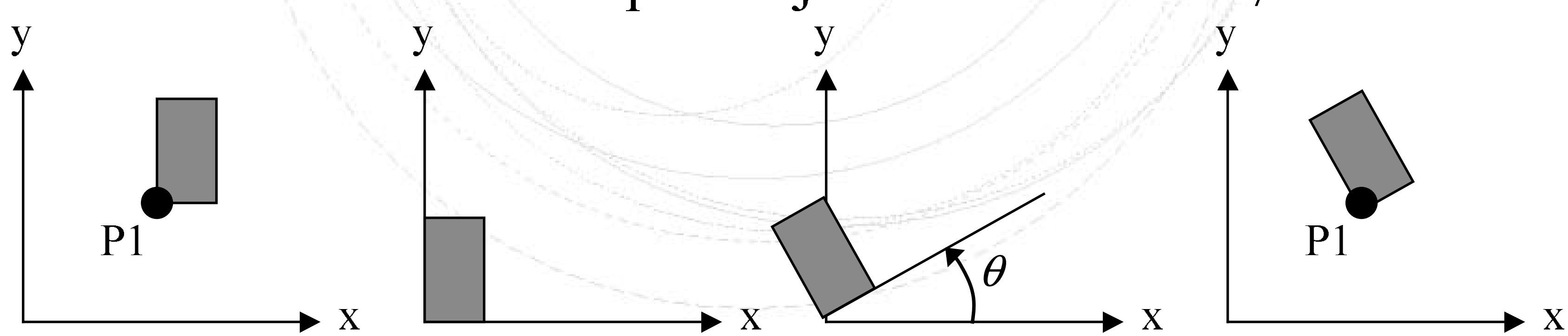
- Matrices résultantes :

$$T(x_1,y_1)\circ R(\theta)\circ T(-x_1,-y_1)=\begin{pmatrix}1&0&x_1\\0&1&y_1\\0&0&1\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}\cos\theta&-\sin\theta&0\\\sin\theta&\cos\theta&0\\0&0&1\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}1&0&-x_1\\0&1&-y_1\\0&0&1\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}\cos\theta&-\sin\theta&x_1(1-\cos\theta)+y_1\sin\theta\\\sin\theta&\cos\theta&y_1(1-\cos\theta)-x_1\sin\theta\\0&0&1\end{pmatrix}$$

Attention à l'ordre !!

Commutativité pas toujours vérifiée : T.R≠R.T



5.1. Transformations géométriques Opérations matricielles 3D

- Translation

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & d_x \\ 0 & 1 & 0 & d_y \\ 0 & 0 & 1 & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Rotation par rapport à X, Y et Z (repère direct)

$$R_X(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad R_Y(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad R_Z(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Homothétie

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}$$

5.1. Transformations géométriques Opérations matricielles 3D

- Rotation autour d'un axe quelconque

1. Translation T(-x1,-y1,-z1) pour amener P1 à l'origine

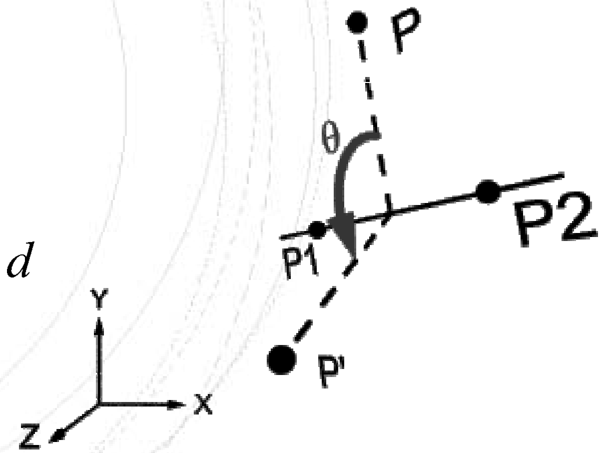
$x' = x_2 - x_1 \quad y' = y_2 - y_1 \quad z' = z_2 - z_1$

2. Rotation $R_Y(-\alpha)$ autour de l'axe des Y pour amener P'2 dans le plan (O,Y,Z)

$d = \sqrt{x'^2 + z'^2} \quad \cos(-\alpha) = z'/d \quad \sin(-\alpha) = -x'/d$

3. Rotation $R_X(\beta)$ autour de l'axe des X pour amener P''2 sur l'axe des Z

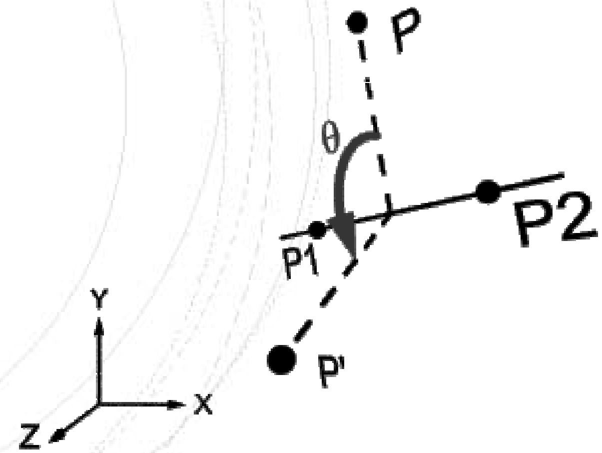
$D = \sqrt{d^2 + y'^2} \quad \cos(\beta) = d/D \quad \sin(\beta) = y'/D$



5.1. Transformations géométriques Opérations matricielles 3D

- Rotation autour d'un axe quelconque

4. Rotation $R_Z(\theta)$ autour de l'axe des Z
5. Opération inverse de 3 : $R_X(-\beta)$
6. Opération inverse de 2 : $R_Y(\alpha)$
7. Opération inverse de 1 : T(x1,y1,z1)



La matrice de transformation est :

$$M = T(x_1, y_1, z_1) \circ R_Y(\alpha) \circ R_X(-\beta) \circ R_Z(\theta) \circ R_X(\beta) \circ R_Y(-\alpha) \circ T(-x_1, -y_1, -z_1)$$

5.1. Transformations géométriques Opérations matricielles 3D

- Un exemple : rotation de 60° selon l'axe (0,0,0)-(1,1,1)

on a : $x' = x_2 - x_1 = 1 \quad y' = y_2 - y_1 = 1 \quad z' = z_2 - z_1 = 1$

$d = \sqrt{2} \quad \cos(-\alpha) = 1/\sqrt{2} \quad \sin(-\alpha) = -1/\sqrt{2} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \pi/4$

d'où :

$$R_Y(\pi/4) = \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1/\sqrt{2} & 0 & 1/\sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

et : $D = \sqrt{3} \quad \cos(\beta) = \sqrt{2/3} \quad \sin(\beta) = \sqrt{1/3} \quad \Rightarrow \quad \beta = \pi/5$

donc :

$$R_X(\pi/5) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2/3} & 1/\sqrt{3} & 0 \\ 0 & -1/\sqrt{3} & \sqrt{2/3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

5.1. Transformations géométriques Opérations matricielles 3D

on a aussi :

$$R_Z(\pi/3)=\begin{pmatrix} 1/2 & \sqrt{3}/2 & 0 & 0 \\ -\sqrt{3}/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La matrice de transformation est :

$$M = R_Y\left(\frac{\pi}{4}\right)\circ R_X(-\frac{\pi}{5})\circ R_Z(\frac{\pi}{3})\circ R_X(\frac{\pi}{5})\circ R_Y\left(-\frac{\pi}{4}\right)$$

Soit $$M = 1/3\begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

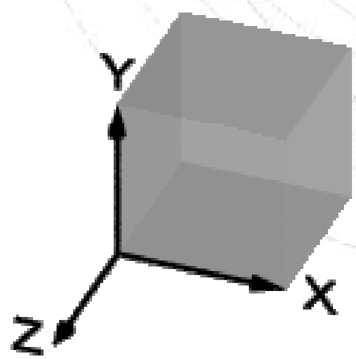
5.1. Transformations géométriques
Opérations matricielles 3D

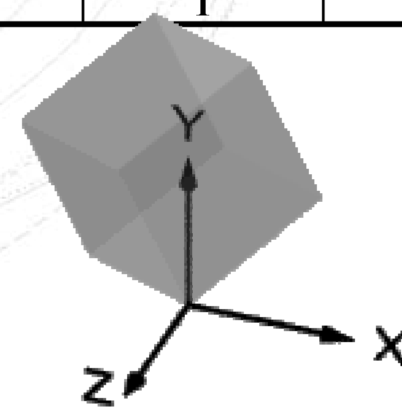
- Application à un cube

Table des sommets avant transformation		
X	**Y**	**Z**
0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

$\xrightarrow{M}$

Table des sommets après transformation		
X	**Y**	**Z**
0	0	0
2/3	-1/3	2/3
-1/3	2/3	2/3
1/3	1/3	4/3
2/3	2/3	-1/3
4/3	1/3	1/3
1/3	4/3	1/3
1	1	1



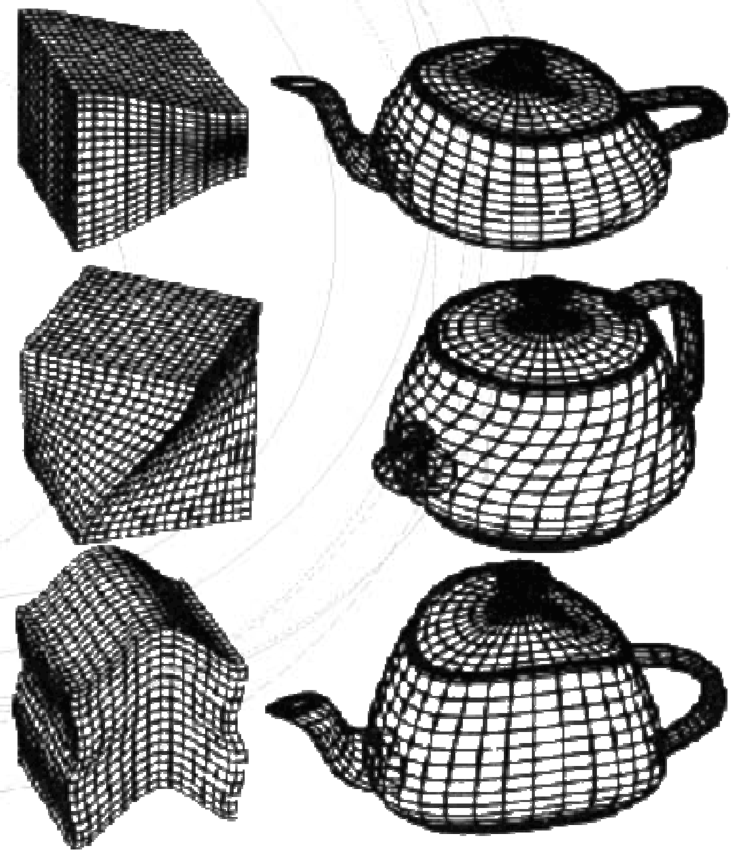


5.2. Déformations d'objets

- Des techniques surtout utilisées en animation (donc un peu hors sujet…)
- Appliquée directement sur la représentation polyédrale
  - risque : un cube tordu n'est plus un polyèdre à 6 faces
  - algorithme de subdivision adaptative
- Appliquée sur des surfaces paramétrées
  - facile, action sur les points de contrôles
  - possibilité de déformation locale si B-spline
- Bibliographie : [WATT] chapitre 17, sur l'animation des objets mous

5.2. Déformations d'objets
Déformations non-linéaires (Barr, 1984)

- La transformation est variable selon chaque point du polyèdre
  - "tapering" (effilage)
  - "twisting" (torsion)
  - "bending" (pliage)



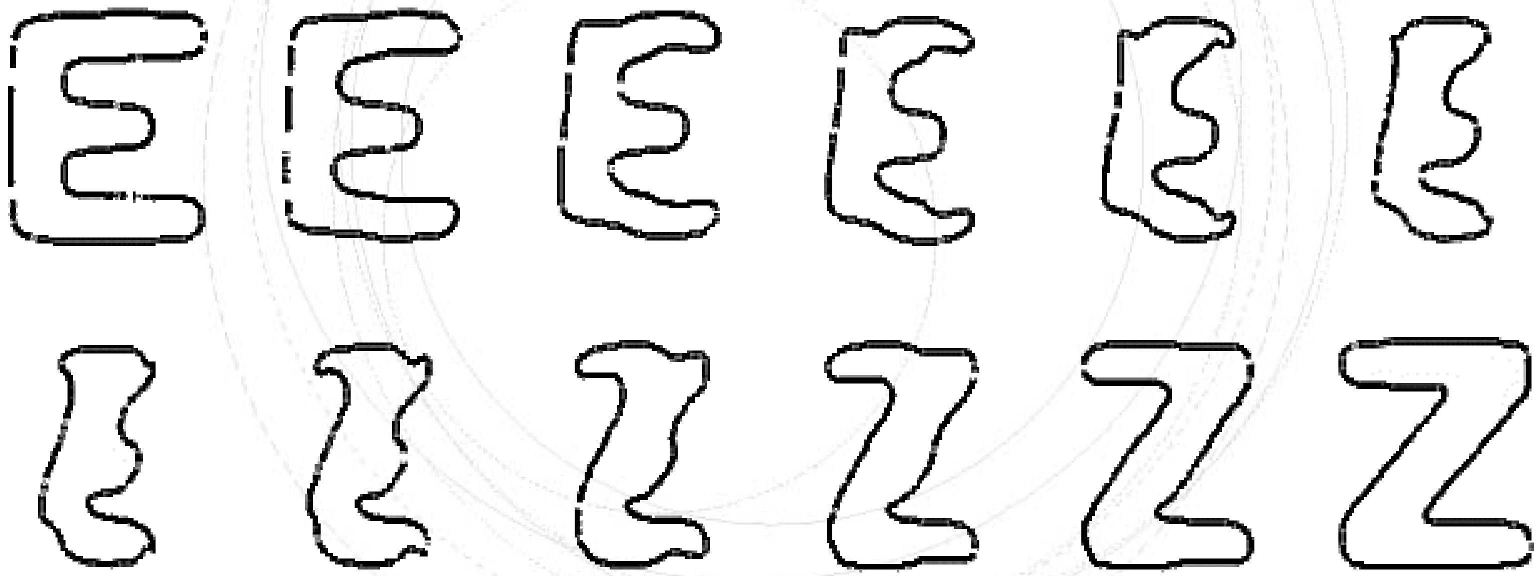
5.2. Déformations d'objets Le *morphing*

- On se donne :
  - Une image (une courbe, un polygone…) de départ
  - Une image d'arrivée
- On veut calculer N images intermédiaires
  - Par exemple : par interpolation linéaire

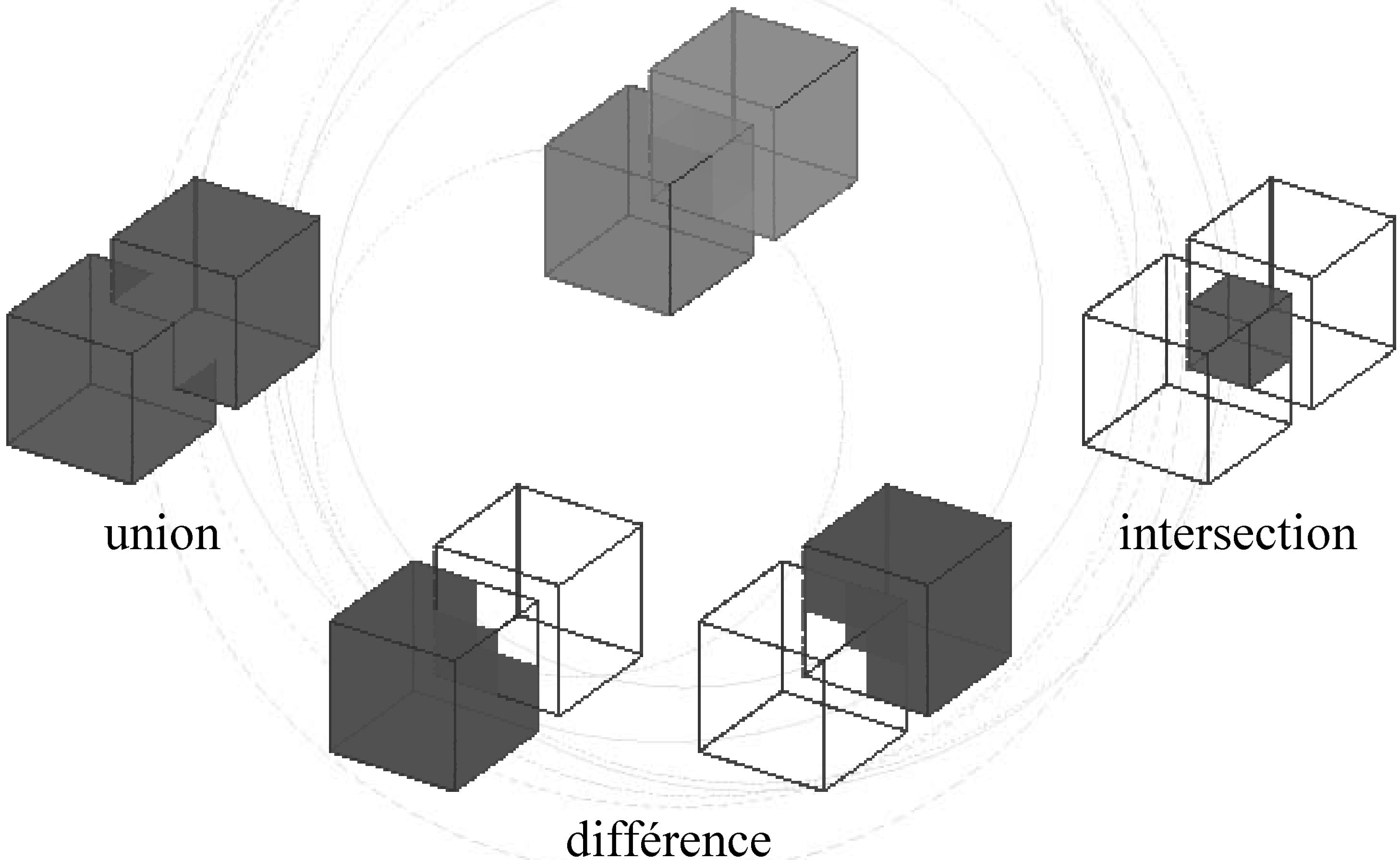
$$\begin{cases} x_i = x_D + i\,\dfrac{x_A - x_D}{N+1} \\ y_i = y_D + i\,\dfrac{y_A - y_D}{N+1} \\ z_i = z_D + i\,\dfrac{z_A - z_D}{N+1} \end{cases}$$

5.2. Déformations d'objets
Le *morphing*

- Exemple [WATT] p. 413



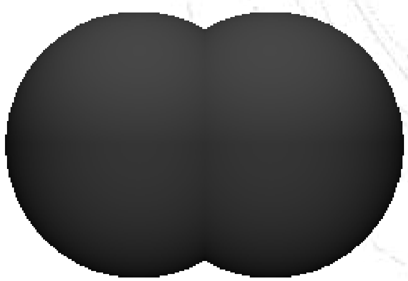
5.3. Opérateurs booléens



5.3. Opérateurs booléens
Exemples en POV

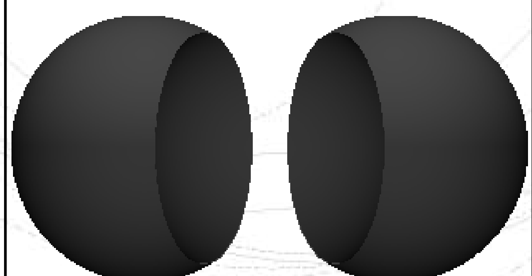
Union

```
union {
  sphere {
    <0, 0, 0>, 1
    translate -0.5*x
  }
  sphere {
    <0, 0, 0>, 1
    translate 0.5*x
  }
  pigment { Red }
}
```



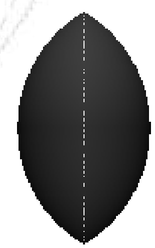
Intersection

```
intersection {
  sphere {
    <0, 0, 0>, 1
    translate -0.5*x
  }
  sphere {
    <0, 0, 0>, 1
    translate 0.5*x
  }
  pigment { Red }
}
```



Différence

```
difference {
  sphere {
    <0, 0, 0>, 1
    translate -0.5*x
  }
  sphere {
    <0, 0, 0>, 1
    translate 0.5*x
  }
  pigment { Red }
}
```



5.3. Opérateurs booléens Représentation interne

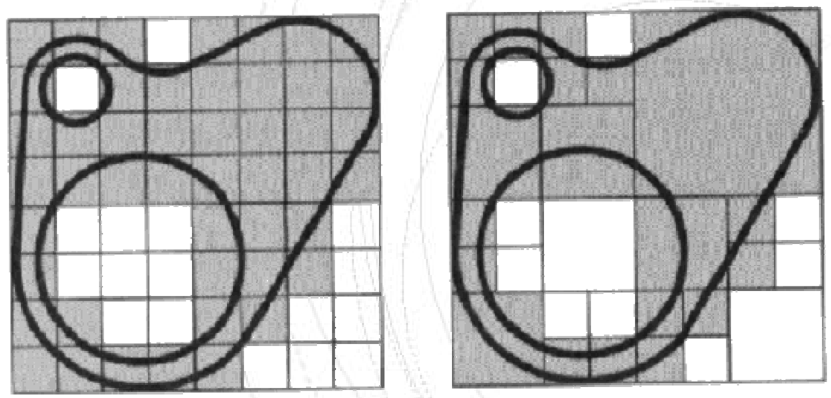
- Pour les opérateurs ensemblistes :
  - solide ≠ liste de faces
  - solide = ensemble d'éléments de volume

  ⇨ suppose une représentation interne adaptée (plus sophistiquée)

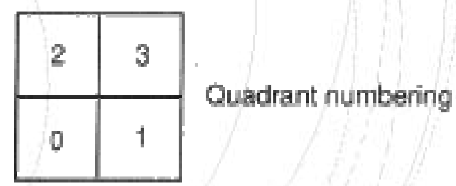
  ⇨ nombreuses techniques (surtout pour la CAO)

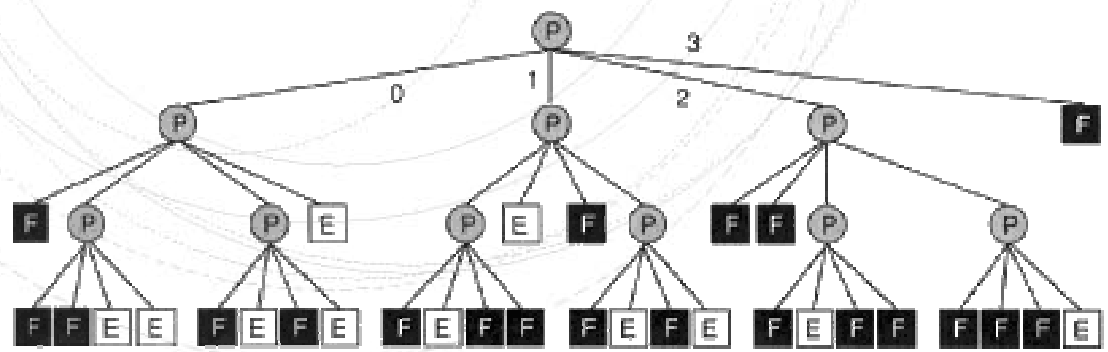
5.3. Opérateurs booléens
Représentation interne

- Les "quadtrees" et les "octrees"



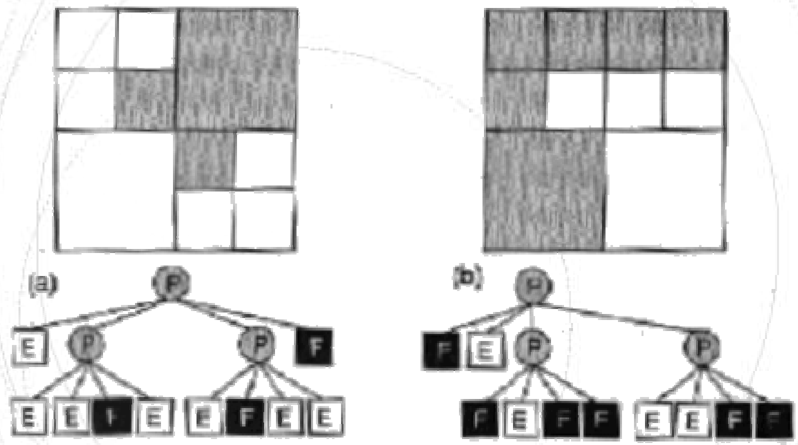
[FOLEY] p. 550-1



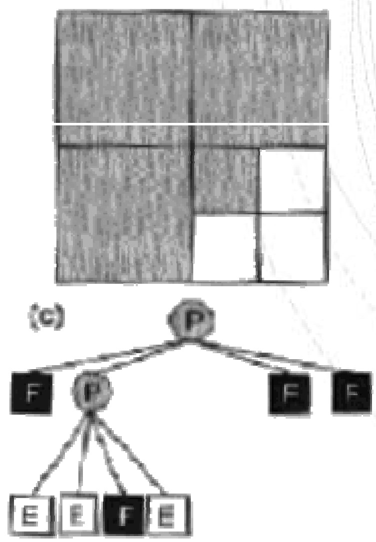


5.3. Opérateurs booléens
Représentation interne

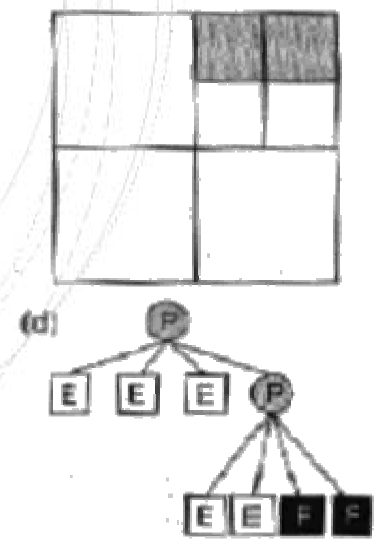
- Exemple d'opérations booléennes [FOLEY] p. 553



Les objets et leurs *quadtrees*



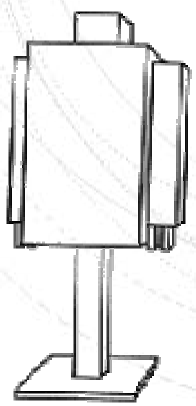
union



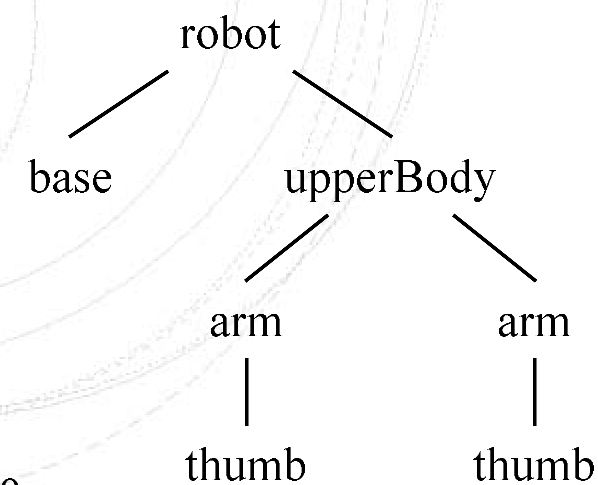
intersection

5.4. Hiérarchies d'objets

- Le concept de hiérarchie d'objets graphiques est présent dans toutes les bibliothèques de programmation 3D, ainsi que dans les langages spécialisés
- Exemple du robot

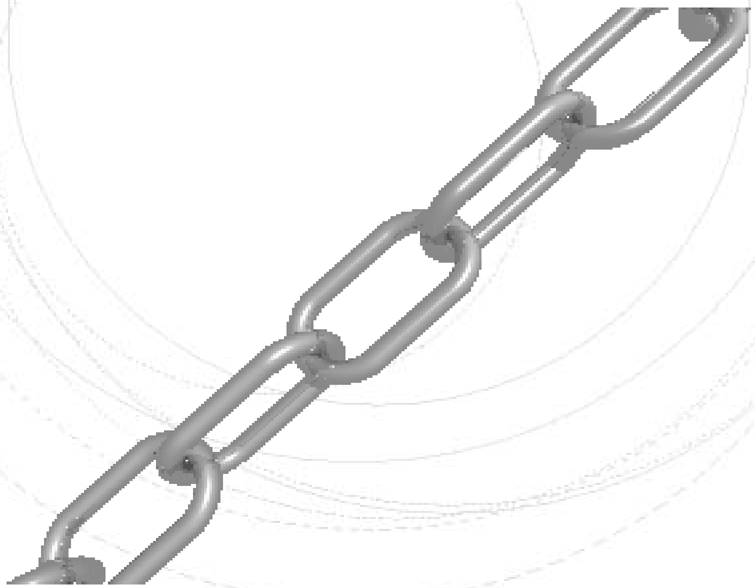


[FOLEY] p. 289



5.4. Hiérarchies d'objets
Exemple en POV

- On veut représenter un pendentif
  - Structure répétitive : anneau = 2 demi-tores+2 cylindres
  - Les anneaux sont pivotés de 90° à chaque fois



5.4. Hiérarchies d'objets Exemple en POV

- Les initialisations

```
//
// POV-Ray(tm) 3.0 tutorial example scene.
// Copyright 1996 by the POV-Ray Team
//

#include "colors.inc"
#include "metals.inc"

camera {
  location <0, .1, -5>
  look_at 0
}

background { color LightGray }

light_source{ <300, 300, -1000> White }
```

Chargement des librairies pour utiliser les définitions de couleurs et de métaux

Définition de la position et de l'orientation de la caméra

La couleur du fond

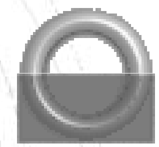
La position et la couleur de la lumière éclairant la scène

5.4. Hiérarchies d'objets
Exemple en POV

- Définition d’un maillon

```
#declare Half_Torus = difference {
  torus { 4,1
    rotate x*-90
  }
  box { <-5, -5, -1>, <5, 0, 1> }
}

#declare Torus_Translate = 8
#declare Chain_Segment =
cylinder { <0, 4, 0>, <0, -4, 0>, 1 }

#declare Link = union {
  object { Half_Torus
    translate y*Torus_Translate/2
  }
  object { Half_Torus
    rotate x*180
    translate -y*Torus_Translate/2
  }
  object { Chain_Segment
    translate x*Torus_Translate/2
  }
  object { Chain_Segment
    translate -x*Torus_Translate/2
  }
  texture { T_Gold_5D }
}
```

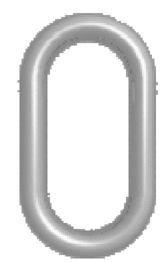
Prototype du demi tore utilisé pour un maillon



Espacement en les deux tores = longueur cylindres

Prototype du cylindre utilisé pour un maillon

Prototype du maillon = le demi-tore + 2 cylindres + un demi-tore retourné

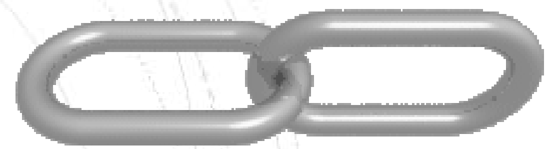


5.4. Hiérarchies d'objets
Exemple en POV

- Définition d’une chaîne

```
#declare Link_Pair = union {
  object { Link }
  object { Link translate y*Link_Translate
rotate y*90 }
}
```

Prototype d’une liaison entre deux maillons



```
#declare Link_Translate = Torus_Translate*2-2*y
#declare Chain = union {
  object { Link_Pair}
  object { Link_Pair translate
y*Link_Translate*2 }
  object { Link_Pair translate
y*Link_Translate*4 }
  object { Link_Pair translate
y*Link_Translate*6 }
  object { Link_Pair translate -
y*Link_Translate*2 }
  object { Link_Pair translate -
y*Link_Translate*4 }
  object { Link_Pair translate -
y*Link_Translate*6 }
}
object {
  Chain
  texture { T_Gold_5D }
}
```

Espacement entre deux paires successives

Prototype de la chaîne = 7 paires de maillons

Appel du prototype chaîne

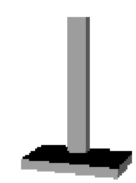
5.4. Hiérarchies d'objets
Exemple en VRML

```
#VRML V2.0 utf8

Background { skyColor 0.8 0.8 0.8 }

Group {
  children [
    Shape {
      geometry Box { size 1 0.1 1 }
      appearance DEF App Appearance {
        material Material {
          diffuseColor 0.5 0.9 0.25
        }
      }
    }
    Transform {
      translation 0 0.8 0
      children [
        Shape {
          geometry Box { size 0.2 1.4 0.2 }
          appearance USE App
        }
      ]
    }
  ]
}
```

L'entête VRML 2

Couleur du fond

**La base =
le socle +
les jambes**



5.4. Hiérarchies d'objets
Exemple en VRML

```
Transform {
  translation 0 2.5 0
  children [
    Shape {
      geometry Box { size 1.2 2 1.2 }
      appearance USE App
    }
    Transform {
      translation 0.7 0 0
      children [
        DEF Bras Group {
          children [
            Shape {
              geometry Box { size 0.2 1.4 0.2 }
              appearance USE App
            }
            Transform {
              translation 0 -0.8 0
              children [
                Shape {
                  geometry Box { size 0.1 0.2 0.1 }
                  appearance USE App
                }
              ]
            }
          ]
        }
      ]
    }
  ]
}
```

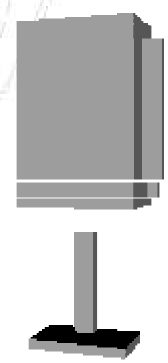
Le corps =

le tronc +
les deux bras
la tête

un bras =

bras +

doigt +



5.4. Hiérarchies d'objets
Exemple en VRML

Le deuxième bras

La tête

```
    Transform {
      translation -0.7 0 0
      children [
        USE Bras
      ]
    }
    Transform {
      translation 0 1.3 0
      children [
        DEF Bras Shape {
          geometry Box { size 0.6 0.6 0.6 }
          appearance USE App
        }
      ]
    }
  ]
}
```